TD 1

Exercice 1

Obtenir la Tansformée inverse de Lorentz.

Exercice 2

La durée de vie moyenne d'un muon est de 2.2 microsecondes. Ces particules sont produites dans la couche externe de l'atmosphère à une distance de ~10km de la surface de la terre. Peuvent ils atteindre le sol ? Quelle doit être leur vitesse pour cela ?

Exercice 3

Entre deux miroirs qui se font face la lumière effectue un aller retour en un temps $\Delta t'$ dans le Référentiel R' lié à ces miroirs. Analyser cette « horloge de lumière » dans le référentiel R lié au laboratoire où celle-ci se déplace à la vitesse u parallèlement à la direction de la lumière.

Exercice 4

En supposant valides les Transformations de Lorentz entre deux systèmes inertiels, démontrer que la vitesse de la lumière est la même dans ces deux systèmes.

Exercice 5

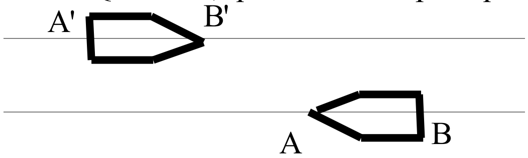
Obtenir les Transformations de Lorentz en partant de la forme symétrique sous permutation entre (x, x') et (ct, ct').

$$x' = a.x - b.ct$$
$$ct' = a.ct - b.x$$

TD 2

Exercice 1

Deux fusées identiques F et F', de même longueur propre L_0 se déplacent suivant des directions parallèles, en sens opposé avec une vitesse relative v. R est le référentiel inertiel lié à l'observateur O dans la fusée F. R' est le référentiel inertiel lié à l'observateur O' dans la fusée F'. A l'arrière de sa fusée (au point B), O tire avec son fusil sur l'avant de la fusée F' (point B') au moment où A, l'avant de la fusée F et A', l'arrière de la fusée F' sont face à face. Mais l'observateur O se souvient trop tard de la contraction des longueurs...il pense donc avoir raté la fusée F'. En revanche O' connait ce phénomène de contraction et lui pense donc que sa fusée va être touchée. Qui a tort, qui a raison et pourquoi ?



Exercice 2

En 1960 la production totale d'énergie était de 7.53 . 10^{11} kWh aux USA.
a) Quelle est la masse que l'on a transformée en énergie ?
b) Si dans la transformation du Deuterium en Helium la différence de masse pouvait être entièrement convertie en énergie, quelle est la quantité d'eau lourde que l'on devrait transformer par seconde pour libérer cette énergie? Les masses molaires du Deuterium et de l'Helium sont de 2.0147 g/Mol et 4.0039 g/Mol respectivement.

Exercice 3

Un objet de masse m_0 au repos suit une trajectoire donnée par l'équation:

$$x(t)=\sqrt{b^2+c^2t^2}-b$$

Déterminer la force que l'objet doit subir.

Exercice 4

Dans un système inertiel la force F subie par un vaisseau spatial de mase m_0 est constante pendant 5 années: $F/m_0 = 10\ \text{ms}^{-2}$. Cette durée est mesurée dans un système inertiel (donc non accéléré) au repos par rapport au vaisseau à t=0. Quelles seront la vitesse et la position du vaisseau dans ce système à t=5 ans? Quel est le temps écoulé dans le système du vaisseau?

TD 3

Exercice 1

Ecrire la Transformation de Lorentz sous forme différentielle

$$dx = \gamma\,(dx' + u\,dt'), \quad \text{etc}$$

En déduire $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$ en fonction de v'_x, v'_y et u.

Exercice 2

Un objet se déplace dans R le long de l'axe x avec une vitesse v_x et une accélération a_x momentannée. Quelles sont la vitesse v'_x et l'accélération a'_x vues dans le système R' qui se déplace lui même avec une vitesse constante u le long de l'axe x par rapport à R ?

Exercice 3

Une particule de masse m_0 et de vitesse $v = 4c/5$ subit une collision inélastique avec une autre particule de masse m_0 immobile.
a) Quelle est la vitesse de l'unique particule qui a été ainsi créée ?
b) Quelle est sa masse ?

Exercice 4

L'accélérateur Bevatron à Berkeley était conçu pour avoir une énergie du faisceau de protons suffisante pour produire des antiprotons par collision sur cible fixe (autres protons au repos dans le référentiel du laboratoire). Ces derniers sont créés dans la réaction suivante:

$$p + p \Longrightarrow p + p + (p + \bar{p})$$

L'énergie de seuil est l'énergie minimale du faisceau permettant la création de paires proton antiproton. Expliquez pourquoi à cette énergie, l'etat final est assimilable à une seule particule de masse $4m_p$ où m_p est la masse d'un proton. Quelle est l'énergie cinétique de seuil ?

TD 4

Exercice 1

Démontrer la disparition de la simultanéité sur le diagramme d'espace-temps.

Exercice 2

La masse du proton est de 938 MeV. Dans les rayons cosmiques, on a trouvé des protons d'énergie égale à 10^{10} GeV. Supposons qu'un proton d'une telle énergie traverse une galaxie d'un diamètre de 10^5 années-lumière. Quelle est la durée de cette traversée dans le référentiel lié au proton ?

Exercice 3

Un pion de masse $m_\pi = 273\ m_e$ se désintègre au repos en un muon de masse $m_\mu = 207\ m_e$ et un neutrino de masse négligeable. Déterminez l'énergie cinétique et la quantité de mouvement du muon et du neutrino en MeV, où $m_e = 0.5$ MeV.

Exercice 4

Refaire l'exercice 3 du TD 3 en utilisant les relations donnant u et M en fonction du module de l'impulsion p et E.

Exercice 5

Refaire l'exercice 4 du TD 3 en utilisant la transformation de Lorentz de l'impulsion et de l'énergie.

Exercice 6

On étudie l'interaction élastique:

$$e^- + p \Longrightarrow e^- + p$$

On note de façon générale $(\mathbf{p}_e, E_e)$ et $(\mathbf{p}_p, E_p)$ les impulsions et énergies de l'électron et du proton dans l'état initial et $(\mathbf{q}_e, W_e)$ et $(\mathbf{q}_p, W_p)$ les impulsions et énergies de l'électron et du proton dans l'état final. On considère deux référentiels galiléens: R*, référentiel du centre masse dans lequel l'impulsion totale est nulle: $\mathbf{p}^*_e + \mathbf{p}^*_p = 0$ et R', le référentiel de Breit défini par $\mathbf{p}'_p + \mathbf{q}'_p = 0$.

1. Dans le référentiel de Breit:
   a. Montrer que les énergies des deux particules se conservent: $E'_p = W'_p$ et $E'_e = W'_e$
   b. Montrer que le module de l'impulsion de l'électron est le même avant et après le choc.
   c. Représenter les directions des impulsions sur un schéma et justifier l'appellation de «référentiel de mur» donnée au référentiel de Breit.
2. On note θ' l'angle de déviation de l'électron, c.à.d l'angle entre les impulsions $\mathbf{p}'_e$ et $\mathbf{q}'_e$ Donner l'expression de $\cos \theta'$ en fonction des modules des impulsions p'_e et p'_p.
3. Montrer que dans le référentiel du centre de masse, les modules des impulsions sont égaux: $p^*_e=q^*_e=p^*_p=q^*_p=p^*$. Faire un schéma représentant les impulsions dans R*.
4. Calculer le module de l'impulsion $\mathbf{p}'_p$ du proton avant interaction dans le référentiel de Breit en fonction de l'impulsion p^* et de l'angle θ^* entre les impulsions $\mathbf{p}^*_p$ et $\mathbf{q}^*_p$ dans le référentiel du centre de masse.

TD 5

Exercice 1

La longueur d'onde de la raie D des atomes de sodium (Na) au repos dans le laboratoire est de 5890 Å tandis que sa valeur mesurée dans le spectre d'une étoile est de 5880 Å. Quelle est la vitesse radiale de cette étoile par rapport à la terre? A t'on besoin de tenir compte des corrections relativistes ?

Exercice 2

En 1728 Bradley a observé le phénomène d'aberration: les étoiles ne se trouvent pas dans la direction où on les verrait depuis un référentiel où elles seraient au repos. A cause du mouvement de la terre autour du soleil, il est nécessaire d'incliner un télescope de 20.5" vers l'avant dans la période de l'année où l'aberration est maximale. Quelle valeur a t'il pu obtenir pour le rayon de la trajectoire approximativement circulaire de la terre ?

Exercice 3

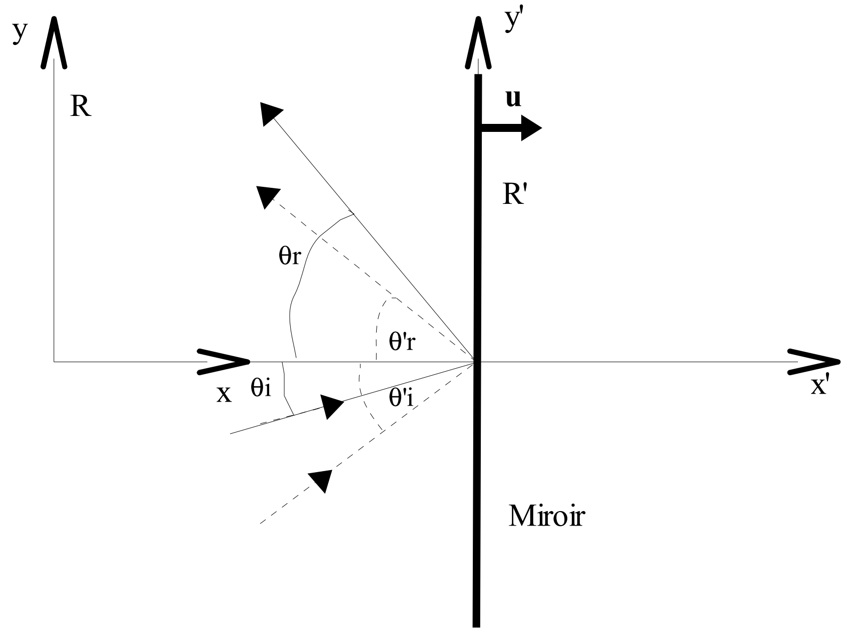
On considère une étoile double constituée par deux étoiles de même masse décrivant chacune un cercle de même rayon r autour du centre de masse du système G à la vitesse angulaire Ω constante, le plan de rotation des étoiles contenant l'observateur terrestre. Chaque étoile émet une radiation électromagnétique monochromatique de longueur d'onde propre λ^*. Calculer les longueurs d'onde perçues par l'observateur terrestre et exprimer leur écart relatif en fonction du temps dans le cas particulier où le centre d'inertie G est immobile par rapport à l'observateur terrestre.

Exercice 4

Une onde lumineuse subit une reflexion sur un miroir plan animé d'un mouvement de translation uniforme de vitesse **u** dirigée suivant l'axe Ox du référentiel R du laboratoire. Le plan du miroir reste parallèle au plan yOz de R. On désigne par $\theta'i$ l'angle d'incidence dans le référentiel R' lié au miroir.

1. Exprimer les angles d'incidence θi et de reflexion θr dans R en fonction de $\theta'i$ et $\beta = u/c$.
2. Donner l'expression du rapport des pulsations de l'onde incidente et de l'onde réfléchie $\omega r/\omega i$ en fonction de $Cos\theta i$, $Cos\theta r$ et β puis en fonction de $Sin\theta i$ et $Sin\theta r$
3. En déduire que θi et θr sont liés par la relation $Sin\theta i/Sin\theta r = (Cos\theta i-\beta)/(Cos\theta r+\beta)$. Que devient ce rapport en incidence normale?
4. Exprimer la vitesse u du miroir en fonction du sinus des angles θi, θr et $\theta r-\theta i$

   A.N Un observateur de R mesure $\theta r = 2\theta i = 60°$. Calculer la vitesse u et le rapport $\omega r/\omega i$.



TD 6

Exercice 1

Reprendre l'exercice 4 du TD 3 et le résoudre en utilisant le produit scalaire entre quadrivecteurs.

Exercice 2

On produit des positrons en bombardant des électrons au repos par des photons:

$$\gamma + e^- \Longrightarrow e^- + e^+ + e^-$$

Quelle doit être l'énergie minimale des photons ?

Exercice 3

Contrairement à l'interaction de l'exercice 2 ci-dessus on ne peut pas produire des positrons dans la désintégation des photons:

$$\gamma \Longrightarrow e^+ + e^-$$

même si l'énergie du photon est supérieure à la somme des masses du positron et de l'électron. Prouvez le.

Exercice 4

Un faisceau de photons monoénergétiques, d'énergie $h\nu$, est envoyé à la rencontre d'un pinceau d'électrons (m_e = 0.5 MeV), d'énergie totale E_e, d'impulsion $\mathbf{p}_e$ dans le référentiel R du laboratoire. Les photons et les électrons se déplacent dans la même direction en sens opposé.

1. Exprimez l'énergie $h\nu'$ des photons diffusés dans la direction faisant l'angle θ avec la direction Ox des photons incidents en fonction de θ, $h\nu$, E_e et $p_e = |\mathbf{p}_e|$.
2. Le faisceau de photons, obtenu grâce à un laser à rubis de longueur d'onde λ = 6942 Å dans R, renre en collision avec un pinceau d'électrons de grande énergie E_e= 5 GeV. On donne hc = 2 . 10^{-25} SI (MKS) et q = 1.6 10^{-19} Cb, la charge élémentaire. Déterminer l'énergie $h\nu'$ et la longueur d'onde λ' des photons qui subissent une rétrodiffusion dans le référentiel R du laboratoire.
3. On s'interessera maintenant aux photons du faisceau laser diffusés à angle droit, dans R, par rapport à leur direction incidente. On désigne par R_0 le référentiel lié à l'électron.
   a. Déterminer l'énergie $h\nu'$ et la longueur d'onde λ' de ces photons diffusés dans R.
   b. Déterminer la longueur d'onde λ'_0 des photons diffusés dans R_0 en fonction de λ et m_e/E_e
   c. Calculer l'angle de diffusion θ_0 des photons du faisceau laser, dans R_0.

TD 7

Exercice 1

Un proton de masse 1 GeV, de charge 1.6 . 10^{-19} Cb et de diamètre propre 10^{-13} cm, se déplace avec une quantité de mouvement de 100 GeV dans le laboratoire. Déterminer le courant moyen en Ampères que ce proton engendre dans le laboratoire en traversant une surface perpendiculaire à son mouvement.

Exercice 2

Soit R un référentiel Galiléen dans lequel un ensemble de particules de charge élémentaire q se déplace à la vitesse uniforme $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$; on désigne par ρ la densité de charge par unité de volume. Soit R' un second référentiel Galiléen qui se déplace par rapport à R avec une vitesse u suivant l'axe Ox de R. Dans R' la vitesse des charges est $\mathbf{v'}(v'_x, v'_y, v'_z)$ et la densité de charge par unité de volume est ρ'.

1. Montrer que

$$1-\frac{v'^2}{c^2}=\frac{(1-\frac{v^2}{c^2})(1-\frac{u^2}{c^2})}{(1-\frac{uv_x}{c^2})^2}$$

2. Montrer que

$$\frac{\rho'}{\rho}=\frac{1-\frac{uv_x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

3. (a) En déduire les formules de transformation de la densité volumique de charge ρ et de courant **i** lorsque l'on passe de R à R'
(b) Vérifier ainsi que (ρ,**i**) constitue un quadrivecteur.

4. Application: un conducteur cylindrique électriquement neutre contient des ions positifs immobiles dans le référentiel R du laboratoire et des électrons de conduction qui se déplacent dans R à la vitesse **v** parallèlement à l'axe Ox du conducteur. La somme $\rho_+ + \rho_-$ des densités volumiques des ions et des électrons dans R est nulle. Calculer, dans le référentiel R' défini ci-dessus, les densités de charge et de courant totales en fonction de ρ_-, v et u.

Exercice 3

Transformer $A_\mu B^\mu$ d'un référentiel inertiel à un autre.

TD 8

Exercice 1

Ecrire les expressions suivantes en notation quadrivectorielle:

$$\phi^2 - \vec{A}^2$$
$$\vec{A}\,\vec{j} - \rho\phi$$

et la condition de Lorenz

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A} = 0$$

Exercice 2

Développer en dérivées partielles par rapport au temps et en gradient à trois dimensions les opérateurs suivants:

a)

$$\nabla_\mu \nabla^\mu$$

b)

$$\nabla_\mu \nabla_\nu$$

c)

$$\nabla_\mu \nabla^\nu$$

d)

$$\nabla_\mu A^\mu$$

La dernière expression (d) est elle un scalaire?

Exercice 3

Démontrer que les champs, électrique **E** et magnétique **B** produits par une charge q se déplaçant avec une vitesse constante **v** sont:

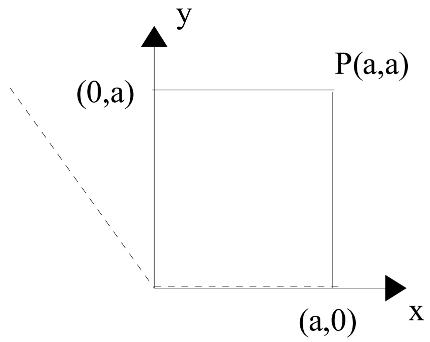
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \frac{1-v^2}{(1-v^2\sin^2\theta)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \vec{v} \times \vec{E}$$

où le vecteur **r** relie la position présente de la charge avec le point où on définit les champs et θ est l'angle entre **r** et **v**. Comment modifier la formule en utilisant le système d'unité MKS, où c n'est pas égal à 1.

Exercice 4

Une charge se déplace le long de la trajectoire indiquée sur la figure par la ligne pointillée qui forme un angle de 45° avec l'axe horizontal avant d'atteindre le point (0,0). Sa vitesse **v** est constante sur les deux portions rectilignes de sa trajectoire. La charge parvient au point (a;0) à l'instant t.



On admettra que la distance parcourue par la charge entre la position retardée et la position présente est $a\beta\gamma$.

1. Déterminer les champs électrique et magnétique au point P (a;a) à l'instant t si v = c/2.

2. Faire de même si $v=\sqrt{3}c/2$.

A.N. a=1m. Calculer les champs en unités du système SI (cad E en V/m et B en T ou Vsm^{-2}) pour $Q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Cb, $\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ F/m.

TD 9

Exercice 1

Developer l'expression $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ en termes de **E** et **B**.

Exercice 2

Déterminer le quadrivecteur dont les trois composantes « spatiales » sont celles de

$$\rho \vec{E} + \vec{j} x \vec{B}$$

Quelles sont les significations physiques des 4 composantes ?

Exercice 3

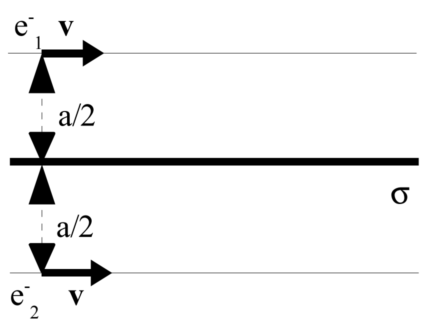
Démontrer que les expressions suivantes:

a) E^2-B^2
b) **E**.**B**

sont invariantes sous transformation de Lorentz. Noter que si **E** et **B** forment un angle plus petit que 90°, ceci reste vrai dans n'importe quel autre référentiel. Dans quel cas physique important les expressions s'annulent elles toutes les deux?

Exercice 4

Deux électrons se déplacent dans un référentiel R avec une vitesse constante **v** le long de lignes droites parallèles séparées d'une distance a. Au milieu entre les deux lignes et perpendiculairement à leur plan se trouve un plan infini, ayant une densité surfacique de charge positive et uniforme σ. Déterminer σ en fonction de la charge q de l'électron, de son énergie E et de sa masse m_e ainsi que de la distance a, pour que les électrons continuent à se déplacer parallèlement au plan.



TD 10

Exercice 1

Transformer les champs électriques et magnétiques créés par une charge au repos afin d'obtenir ceux créés par une charge se déplaçant à vitesse uniforme **v**. Obtenir le même résultat en exploitant la transformation de Lorentz du quadrivecteur potentiel électromagnétique.

Exercice 2

Dans une ligne électrique très longue les électrons se déplacent avec une vitesse v produisant ainsi un courant I. A cause des ions positifs, la densité de charge totale de la ligne est nulle: elle est neutre.
a) Déterminer les champs électrique et magnétique créés dans le référentiel S où la ligne est au repos.
b) Exprimer ces champs dans le référentiel S' dans lequel les électrons sont au repos.

Exercice 3

Soit **E** et **B** définis dans un référentiel S. Existe t'il un référentiel S' dans lequel **E'** et **B'** sont parallèles? Si oui combien en existe t'il?